

Das Schubfachprinzip

Dinge verteilen

Begründe folgende Aussagen:

- Wenn drei Kinder vier Geschenke bekommen, erhält ein Kind mindestens zwei Geschenke.
- Wenn drei Kinder zehn Geschenke bekommen, erhält ein Kind mindestens vier Geschenke.
- Unter 13 Schülern gibt es mindestens zwei, die im gleichen Monat Geburtstag haben.
- In einer Schule mit 800 Schülern gibt es mindestens drei, die am gleichen Tag Geburtstag haben.
- In München gibt es mindestens zwei Einwohner, die gleich viele Haare auf dem Kopf haben.
- Wie viele Einwohner muss eine Stadt haben, damit es sicher einen Tag gibt, an dem mindestens 100 Einwohner Geburtstag haben?

Schubfachprinzip

Einfache Form: Verteilt man $n + 1$ Objekte auf n Schubfächer, so gibt es mindestens ein Schubfach mit mehr als einem Objekt.

Allgemeine Form: Verteilt man $qn + 1$ Objekte auf n Schubfächer, so gibt es mindestens ein Schubfach mit mehr als q Objekten.

Schießscheibe

Eine Schießscheibe hat die Form eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 2. Begründe: Wird sie fünfmal getroffen, so gibt es zwei Treffer, deren Abstand kleiner gleich 1 ist.

Punkte im Quadrat

In einem Quadrat mit der Seitenlänge 7 sind 51 Punkte markiert. Begründe: Es gibt unter diesen Punkten mindestens drei, die in einem Kreis mit dem Radius 1 liegen.

Farbige Punkte im Raum

Jeder Punkt des Raumes sei rot, grün oder blau gefärbt. Begründe: Zu jeder positiven Zahl d gibt es zwei Punkte mit gleicher Farbe, die voneinander den Abstand d haben.

Freunde in einer Gruppe

Begründe: In einer Gruppe von mindestens zwei Personen gibt es immer zwei Personen, die die gleiche Anzahl an Freunden innerhalb der Gruppe haben.

Teilbare Summe

Es seien a_1, a_2, \dots, a_n nicht notwendig verschiedene natürliche Zahlen ($n \in \mathbb{N}$). Begründe: Von diesen Zahlen gibt es eine Auswahl, deren Summe durch n teilbar ist.

Dreierpotenzen

Es sei n eine beliebige natürliche Zahl. Begründe: Unter den Potenzen $3, 3^2, 3^3, 3^4, \dots$ gibt es eine Zahl, deren Dezimaldarstellung mit den n Ziffern 00...001 endet.

Weiterforschen

Recherchiere selbst zum Schubfachprinzip (z. B. im Internet oder in der Fachliteratur).

Literatur

Die obigen Aufgaben stammen aus:

Engel, A. (1998): Problem-Solving Strategies, Springer, New York (S. 60 ff., 68)

Mayer, W. (2002): Lösungsstrategien für mathematische Aufgaben, Aulis, Deubner, Köln (S. 17, 20)