

# Numerische Integration

## Bestimmte Integrale mit Stammfunktionen berechnen

Erklären Sie den Begriff der Stammfunktion.

Berechnen Sie mit Hilfe von Stammfunktionen die folgenden Integrale:

$$\int_0^1 (x^5 - x^2) dx, \quad \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx, \quad \int_0^\pi (2 \sin(x) + x) dx$$

## Das Problemfeld

Funktioniert dieses Verfahren auch bei folgenden Integralen?

$$\int_0^1 \sqrt{x^3 + 1} dx, \quad \int_0^\pi \sqrt{\sin(x)} dx, \quad \int_0^1 \cos(2^x) dx, \quad \int_0^{2\pi} 2^{\sin(x)} dx, \quad \int_0^1 x^x dx, \quad \int_0^1 \sqrt[x]{x} dx$$

Es ist durchaus normal, dass man zu einer etwas komplizierteren Funktion keine Stammfunktion explizit angeben kann. Dann helfen Stammfunktionen für die Berechnung bestimmter Integrale nicht weiter. Allerdings kann man numerische Verfahren nutzen, um Näherungswerte für bestimmte Integrale zu berechnen.

## Recherche nach Näherungsverfahren

Recherchieren Sie im Internet und in mathematischer Literatur nach numerischen Verfahren zum Berechnen bestimmter Integrale („numerische Integration“). Beispiele sind etwa die Rechteckregel, die Sehnen-Trapez-Regel, die Tangenten-Trapez-Regel, die Simpson-Regel oder die Monte-Carlo-Integration.

## Umsetzung am Computer

Setzen Sie Verfahren zur näherungsweise Berechnung bestimmter Integrale mit einem Computer um. Es eignen sich dazu beispielsweise Tabellenkalkulation oder Programmiersprachen.

Bestimmen Sie damit Näherungen für die oben bei „Problemfeld“ angegebenen Integrale. Überlegen Sie sich selbst weitere Beispiele.

## Weiterforschen

Vergleichen Sie verschiedene Verfahren zur numerischen Integration in Bezug auf Vor- und Nachteile. Untersuchen Sie dabei auch, wie genau die jeweiligen Näherungswerte für bestimmte Integrale sind.